

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ОБНИНСКИЙ ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ - филиал
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)
ТЕХНИКУМ ИАТЭ НИЯУ МИФИ**

Одобрено УМС
ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол №6-8/21 от 30.08.2021 г.

**КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО – ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ
МАТЕРИАЛОВ
текущего и промежуточного контроля успеваемости
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ПД.01 Математика**

Направление подготовки (специальность)	38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)
Квалификация (степень) выпускника	бухгалтер
Форма обучения	очная

Комплект контрольно-измерительных материалов по учебной дисциплине «Математика» разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее ФГОС СПО) по специальности среднего профессионального образования 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)».

Разработчики:

ИАТЭ НИЯУ МИФИ, преподаватель, А.Ю. Мамонов

(место работы)

(занимаемая должность)

(инициалы, фамилия)

Одобрено на заседании предметной цикловой комиссии математических, естественнонаучных и общепрофессиональных-электротехнических дисциплин « _____ » _____ 202__ года, № протокола _____

Председатель предметной цикловой комиссии _____ (Н.И. Литвинова)

СОДЕРЖАНИЕ

I Паспорт комплекта контрольно-измерительных материалов	4
1 Область применения	4
2 Объекты оценивания – результаты освоения УД	4
3 Формы контроля и оценки результатов освоения УД	5
4 Система оценивания комплекта КИМ текущего контроля и промежуточной аттестации	7
II Текущий контроль и оценка результатов обучения УД	8
Спецификация письменной самостоятельной работы №1	8
Спецификация письменной контрольной работы №2	10
Спецификация письменной контрольной работы №3	13
Спецификация письменной контрольной работы №4	14
Спецификация письменной контрольной работы №5	19
III Промежуточная аттестация по УД/МДК	24
Спецификация экзамена раздел «Алгебра»	24
Демонстрационный билет	28
Спецификация экзамена раздел «Начала анализа, геометрия»»»	29
Демонстрационный билет	36

I ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

1 Область применения

Комплект контрольно - измерительных материалов (КИМ) предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины (УД) «Математика», основной профессиональной образовательной программы (далее ОПОП) по специальности СПО 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

2 Объекты оценивания – результаты освоения УД

КИМ позволяет оценить следующие результаты освоения учебной дисциплины «Математика» в соответствии с ФГОС специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

умения:

применять математические методы для решения профессиональных задач;
использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;

знания:

основных понятий и методов математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики.

3 Формы контроля и оценки результатов освоения УД

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание знаний, умений и формирующихся общих и профессиональных компетенций в рамках освоения УД. В соответствии с учебным планом специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)», рабочей программой дисциплины «Математика», предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

3.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения. Текущий контроль результатов освоения УД в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- проверка выполнения самостоятельных работ по отдельным темам или разделам учебного плана;
- проверка выполнения контрольных работ по отдельным темам или разделам учебного плана.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – устный опрос, решение задач, тестирование по темам отдельных занятий.

Письменные контрольные и самостоятельные работы по разделам УД.

Контрольная работа проводится с целью контроля усвоенных умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений студентов в конце изучения темы или раздела. Самостоятельные работы отличаются от контрольных работ объемом контролируемого материала и временем выполнения работы. Согласно календарно-тематическому плану УД «Математика» предусмотрено проведение следующих контрольных и самостоятельных работ:

Самостоятельная работа №1 «Входной тест»;

Контрольная работа №2 «Показательная и логарифмическая функция»;

Контрольная работа №3 «Основы тригонометрии»,

Контрольная работа №4 «Производная и ее приложение»,

Контрольная работа №5 «Объемы и площади поверхности геометрических тел».

Спецификации контрольных работ приведены ниже в данном КИМ.

Выполнение практических работ.

Практические работы проводятся с целью усвоения и закрепления практических умений и знаний, овладения профессиональными компетенциями. В ходе практической работы студенты приобретают умения, предусмотренные рабочей программой УД, учатся выполнять чертежи; использовать формулы; применять различные методики расчета; анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания, полученные на лекциях и с использованием справочного материала.

Порядок выполнения практических работ полностью идентичен выполнению текущей работы по отработке навыков решения задач по изучаемой теме. Содержание работ взято из задачников, рекомендуемых для изучения учебной дисциплины. Отличие заключается лишь в самостоятельности выполнения студентом или группой студентов выделенных преподавателем работ. Методика работы стандартная и описана в руководствах по отработке практических навыков. После завершения самостоятельной практической работы происходит проверка и исправление ошибок наиболее трудных примеров или задач.

Проверка выполнения самостоятельной работы. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное освоение и закрепление студентами практических умений и знаний, овладение профессиональными компетенциями.

Самостоятельная подготовка студентов по УД предполагает следующие виды и формы работы:

Систематическая проработка конспектов занятий, учебной и специальной технической литературы.

Написание сообщения или доклада по заданной преподавателем теме для обсуждения на занятии.

Задания для выполнения самостоятельной работы, методические рекомендации по выполнению и критерии их оценивания представлены в методических рекомендациях по организации и проведению самостоятельной работы студентов.

Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения

№ п/п	Контролируемые темы дисциплины*	Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
1	Развитие понятия о числе	Умение выполнять арифметические действия над числами, сравнивать числовые выражения; уметь решать линейные, квадратные, дробно-рациональные уравнения, неравенства и системы	Самостоятельная работа
2	Корни, степени, степенная и показательная функция, их свойства и графики. Логарифмы, логарифмическая функция, её свойства и графики	Умение выполнения практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и их свойства; описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков степеней, логарифмов	Контрольная работа

3	Основы тригонометрии	Умение выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами тригонометрических функций; вычислять значение функции по заданному значению аргумента ; определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках.	Контрольная работа
4	Раздел Алгебра	Общие компетенции специальности	Вопросы к экзамену, материалы для подготовки к экзамену, экзаменационные билеты
5	Производная функции одной переменной Применение производной к исследованию функций	Умение находить производные элементарных функций; использовать производную для изучения свойств функций:	Контрольная работа
6	Основные понятия и аксиомы планиметрии Основные понятия и теоремы стереометрии. Прямые и плоскости в пространстве Многогранники Тела и поверхности вращения Объемы и площади поверхности	Умение описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения, решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);	Контрольная работа
7	Основные понятия математического анализа Геометрия	Общие компетенции специальности	Вопросы к экзамену, материалы для подготовки к экзамену, экзаменационные билеты

3.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по УД «Математика» - экзамен, спецификация которого содержится в данном КИМ.

4 Система оценивания комплекта КИМ текущего контроля и промежуточной аттестации

Система оценивания имеет единые критерии и описана в соответствующих

методических рекомендациях, в спецификациях к практическим, контрольным работам и итоговой аттестации.

При оценивании практической и самостоятельной работы студента учитывается следующее:

- качество выполнения практической части работы;
- качество оформления отчета по работе;
- качество устных ответов на контрольные вопросы при защите работы.

Каждый вид работы оценивается по пятибалльной шкале.

- «отлично» – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором студент свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «отлично» предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

- «хорошо» – если студент полно освоил учебный материал, владеет основной терминологией и понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

- «удовлетворительно» – если студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения, владеет только базовой терминологией.

- «неудовлетворительно» – если студент имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания, не владеет терминологией.

II Текущий контроль и оценка результатов обучения УД «Математика»

Спецификация письменной самостоятельной работы №1 «Входной тест»

1 Назначение письменной контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД по разделу «Алгебра» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Принципы отбора содержания письменной контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения темы «Развитие понятия числа» представленные в рабочей программе УД :

Оцениваемые умения: *выполнять арифметические действия над числами, сравнивать числовые выражения; уметь решать линейные, квадратные, дробно-рациональные уравнения, неравенства и системы*

Оцениваемые знания: *операций над числами, методов решения алгебраических уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств.*

3 Структура контрольной работы. Темы заданий входного теста.

- работа с рациональными числами;
- решение квадратных неравенств и дробно-рациональных неравенств методом интервалов;
- решений систем неравенств;
- упрощение алгебраических дробей с использованием формул сокращенного умножения;
- дополнительные примеры – дробно-рациональные уравнения и неравенства, уравнения высших степеней.

Каждое дополнительное задание оценивается одним баллом и дополняется к основной части теста. В случае полного правильного выполнения основной части входного теста и всех дополнительных заданий, каждая часть работы оценивается отдельной оценкой

Контрольная работа «Входной тест» проводится после повторения школьного материала 8,9 класса. Темы, рассматриваемые во входном тесте, являются необходимой основой для изучения нового материала УД для СПО.

4 Время на выполнение, с учетом дополнительных заданий, - 45 мин.

5 Критерий оценки:

- на оценку «отлично» необходимо правильно решить и правильно аргументировать ответ на 5 заданий;
- на оценку «хорошо» необходимо правильно решить и правильно аргументировать ответ на 4 задания;
- на оценку «удовлетворительно» 3 любых задания.

6 Варианты входного теста

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Вариант 3</i>
1. Вычислить $2\frac{3}{4} + \left(3\frac{1}{5} - 3\frac{7}{10}\right) \cdot 1\frac{1}{4}$	1. Вычислить $\left(2,125 \cdot 1\frac{15}{17} - 1\frac{7}{12}\right) \div 7,25$	1. Вычислить $12\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4} - 0,125\right)$
2. Решить неравенство $x^2 + x - 6 \leq 0$	2. Решить неравенство $x^2 + 4x - 5 > 0$	2. Решить неравенство $2x^2 - 3x - 5 > 0$
3. Решить неравенство $\frac{1}{x-1} \leq 2$	3. Решить неравенство $\frac{2}{x+1} > 1$	3. Решить неравенство $\frac{3}{x-2} \leq 1$
4. Решить систему неравенств $\begin{cases} 6x + 3 < 0 \\ 7 - 4x < 7 \end{cases}$	4. Решить систему неравенств $\begin{cases} 3x + 4 < 4 \\ 2 - 10x > 8 \end{cases}$	4. Решить систему неравенств $\begin{cases} 4 - x > 4 \\ 2x + 15 > 9 \end{cases}$
5. Упростить $2c \cdot \frac{c}{a^2 - c^2} \div \frac{c^2}{a^2 + ac}$	5. Упростить $\frac{x^2 - y^2}{xy} \div \frac{x - y}{3y} \cdot \frac{1}{x + y}$	5. Упростить $bc \div \frac{b^2 - c^2}{3c} \cdot \frac{b - c}{c^2}$

Дополнительные задания

- | | |
|---|---|
| <p>Решите уравнения</p> <p>1. $\frac{y+2}{y+1} = \frac{y-2}{1-y} - \frac{4}{y-1}$</p> <p>2. $\frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$</p> <p>3. $2x - \frac{4}{x-3} = 4$</p> <p>4. $\frac{x^2-2x}{x-1} - \frac{2x-1}{1-x} = 3$</p> <p>5. $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$</p> | <p>Решите неравенства</p> <p>6. $x^4 + 6x^2 - 27 = 0$</p> <p>7. $\frac{2x-1}{(1-3x) \cdot (5x+1)} \geq 0$</p> <p>8. $\frac{(x^2-4)}{x^2-x-12} < 0$</p> <p>9. $\frac{x \cdot (1-x)^2}{2x^2-x-15} \geq 0$</p> <p>10. $\frac{x+3}{x} \leq \frac{x}{x-3} + 1$</p> |
|---|---|

7 Рекомендации по подготовке к контрольной работе

При подготовке к контрольной работе рекомендуется использовать конспекты лекций, а также учебники и интернет – ресурсы. Чтобы успешно справиться с заданиями письменной контрольной работы, нужно внимательно прочитать вопросы. Именно внимательное, вдумчивое чтение и понимание вопроса – половина успеха.

Спецификация письменной контрольной работы №2 «Показательная и логарифмическая функция»

1. Назначение письменной контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД по разделу «Алгебра» с целью текущей проверки знаний и умений.
2. Принципы отбора содержания письменной контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения тем. «Корни, степени, степенная и показательная функция, их свойства и графики» и темы «Логарифмы, логарифмическая функция, её свойства и графики», представленные в рабочей программе УД :
Оцениваемые умения: практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и их свойства; описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков степеней, логарифмов
Оцениваемые знания: находить значения корня, степени, логарифма, показательных и логарифмических выражений на основе определения; строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций
3. Структура контрольной работы. Темы заданий входного теста.
 - Степени с целым показателем. Расширение понятия степени: степени с дробным, иррациональным и действительным показателем, их свойства.
 - Корни натуральной степени из числа и их свойства. Преобразование иррациональных, степенных и показательных выражений.
 - Степенная функция. Свойства, график.
 - Показательная функция. Свойства. График. Построение графиков методом сдвигов.
 - Элементарные показательные уравнения. Показательные уравнения разных видов: квадратные, однородные, метод разложения на множители.
 - Элементарные показательные неравенства
 - Понятие, определение и свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы.
 - Основное логарифмическое тождество.
 - Логарифмирование, потенцирование.
 - Преобразование логарифмических выражений.
 - Логарифмическая функция, свойства, графики.
 - Элементарные логарифмические уравнения.
 - Логарифмические уравнения различных типов: квадратные, метод потенцирования, замены основания и т.п.
 - Элементарные логарифмические неравенства

Вариант заданий обязательной контрольной работы «Показательная и логарифмическая функция»

Решить уравнения

$$1. 100^x = 0,1 \cdot (10^{x-1})^5$$

$$2. \log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$$

Решить неравенства

$$3. \log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$$

$$4. 2^{x-2} \leq 3$$

Вычислить

5. $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{8}$

6. $\left(27^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{9} \right)^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{4}{3}}$

7. $\frac{9a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{9}{5}} + 2 \cdot a^{-\frac{1}{5}}}$ при $a = 5$

Построить график и указать основные свойства функции

8. $y(x) = \left(\frac{1}{3} \right)^{2-x}$

4. Время на выполнение, с учетом дополнительных заданий, - 90 мин.

5. Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены правильно все 7 заданий и грамотно построен график функции, что позволило правильно описать ее свойства;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если выполнены правильно любые 7 заданий из 8 представленных заданий ;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если выполнены правильно 5 или 6 заданий ;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если выполнены менее 5 заданий из 8 предложенны

Инструкция для студента.
«функция»

Материал для подготовки к обязательной контрольной работе «Показательная и логарифмическая функция»

Вычислить	Упростить и вычислить	Решить уравнения	Решить неравенства
1. $\frac{5^{\frac{3}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{8^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}}$	1. $\frac{a^2 - b^2}{a + b - 2\sqrt{ab}} \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	1. $3^{2x+2} + 6 \cdot 3^{2x} = 5$	1. $1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{1-3x} > 0$
2. $\frac{12^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{5}{3}}}{8^{-\frac{1}{6}}}$	2. $\left(\frac{1}{a - \sqrt{b}} + \frac{1}{a + \sqrt{b}}\right) \div \frac{2a}{a^4 - b^2}$	2. $5 \cdot 2^{y^2} - 3 \cdot 2^{y^2-1} = 56$	2. $81 \cdot 3^x \geq \frac{1}{9}$
3. $9^{1,5} - 81^{0,5} - (0,5)^{-2}$	3. $\frac{\left(a^2 b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{9}{8}}}$ при a=7, b=2	3. $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$	3. $2^{x^2-7x+12} > 1$
4. $16^{\frac{5}{4}} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} + 27^{\frac{2}{3}}$	4. $\frac{2m^{\frac{3}{4}}}{m^{\frac{4}{3}} + 2m^{\frac{1}{3}}} + \frac{m^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{3}{2}} - 4m^{-\frac{1}{2}}}$ при m=3	4. $2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot 10^{3x^2-1}$	4. $\log_3(4-2x) - \log_3 2 > 2$
5. $7^{-2\log_{49} 5}$	5. $\log_2 25 + \log_2 0,01$	5. $5^{\log_5(x^2+2x)} = \sqrt{5}$	5. $2 + \log_{\frac{1}{3}}(1-4x) > 0$
6. $8^{\frac{1}{3} \log_2 6}$	6. $(\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})^{\lg 5}$	6. $9^x + 8 \cdot 3^{2x} = 9$	6. $\log_{\frac{1}{6}}(10-x) + \log_{\frac{1}{6}}(x-3) \geq -1$
7. $3^{\frac{2\log_{\frac{1}{9}} 12}{9}}$	7. $\frac{3\log_7 2 - \log_7 24}{\log_7 3 + \log_7 9}$	7. $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	7. $\log_{\frac{2}{3}}(3x-15) > \log_{\frac{2}{3}} 2x$
8. $\log_{49} \sqrt[5]{\frac{1}{343}}$	8. $\log_{216} 27 + \log_{36} 16 + \log_6 3$	8. $\log_x(3x^2 - 4x - 6) = 2$	8. $\log_{\frac{1}{3}}(3x-15) > -1$
9. $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt[3]{49}$		9. $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 14$	
10. $\log_9 \sqrt[7]{81^{-1}}$		10. $\log_7 \sqrt{x-6} - \frac{1}{2} \log_7(x-3) = \log_7 \frac{1}{2}$	
		11. $\lg(x^2 - 17) - \lg(x-1) = \lg 2$	
		12. $\log_{(x-3)}(2x^2 - 5x + 3) = 2$	
		13. $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) - \log_{\frac{1}{2}} 16 = 5$	
			Построить график и перечислить основные свойства функции
		3. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. Крамор В.С. - М.: Просвещение, 1990.	1. $y(x) = -\lg x + 2$
		4. Математика. Алгебра и элементарные функции. Учебное пособие ч. 1. Калягин Ю.М., Лункин Г.Л., Яковлев Г.Н.; - М.: Агар, 1999	2. $y(x) = 3 - \log_2(x+1)$
			3. $y(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x}$
			4. $y(x) = -3^{x+2} + 1$

Литература

1. Алгебра и начала анализа, часть I, Яковлев Г.Н., 2020 г.
2. Алгебра и начала анализа, учебники для 10 класса, 11 класса. Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.-М.: Мнемозина, 2019 г.

Спецификация письменной контрольной работы №3 по теме «Основы тригонометрии»

1 Назначение письменной контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД по разделу «Алгебра» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание письменной контрольной работы определяется в соответствии с рабочей программой УД и содержанием раздела «Основы тригонометрии».

3 Принципы отбора содержания письменной контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения темы «Основы тригонометрии» представленные в рабочей программе УД :

Оцениваемые умения: выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами тригонометрических функций; вычислять значение функции по заданному значению аргумента ; определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках.

Оцениваемые знания: формул тригонометрии, их взаимосвязь и применение для решения практических задач, справочные материалы и простейшие вычислительные методики

4 Структура письменной контрольной работы.

4,1 Письменная контрольная работа по теме «Основы тригонометрии» включает 8 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 7 задач дифференцированных по уровню сложности.

4,2 Задания письменной контрольной работы предлагаются в традиционной форме

4,3 Варианты письменной контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий: под одним и тем же порядковым номером во всех вариантах письменной проверочной работы находится задание, проверяющее один и тот же элемент содержания темы.

4,4 К каждой задаче приводится описание решения.

4,5 Вариант работы

1. Упростить

$$\sin(\alpha - \pi) + \operatorname{tg}(\alpha - \pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

2. Доказать тождество

$$\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} = \cos\alpha\cos\beta$$

3. Упростить

$$\frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x + 1}$$

4. $\frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\cos 3\alpha}{\cos\alpha}$

5. Преобразовать в произведение

а) $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$

б) $\cos \frac{5\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}$

6. Преобразовать в сумму

а) $\sin 52^\circ 30' \cdot \cos 7^\circ 30'$

б) $8\cos 7\alpha \cdot \cos 3\alpha$

7. Вычислить

$\cos\alpha$, если $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{24}{25}$

5 Время на выполнение работы 2 академических часа

6 Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены правильно все 4 задания
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если выполнены правильно любые 3 задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если выполнены правильно 2 задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнены меньше 2 заданий.

Спецификация письменной контрольной работы №4 по разделу «Производная и ее приложения»

1 Назначение письменной контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД по разделу «Начала математического анализа» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание письменной контрольной работы определяется в соответствии с рабочей программой УД и содержанием тем : «Производная функции одной переменной» и темы «Применение производной к исследованию функций».

3 Принципы отбора содержания письменной контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения раздела представленным в рабочей программе УД :

Оцениваемые умения: находить производные элементарных функций; находить уравнения касательных к графику функции, использовать производную для изучения свойств функций: находить промежутки возрастания и убывания функции, экстремумы функции, исследовать функцию на выпуклость; находить наибольшее и наименьшее значения функции

Оцениваемые знания: формул дифференцирования, методики исследования функции для изучения свойств функций и построения графиков, применения производной для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения и технических нахождение скорости и ускорения

4 Структура письменной контрольной работы.

4,1 Письменная контрольная работа по теме «Производная и ее приложения» включает 10 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 10 задач дифференцированных по уровню сложности.

4,2 Задания письменной контрольной работы предлагаются в традиционной форме

4,3 Варианты письменной контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий: под одним и тем же порядковым номером во всех вариантах письменной проверочной работы находится задание, проверяющее один и тот же элемент содержания темы.

4,4 К каждой задаче приводится подробное решение .

4,5 Вариант контрольной работы

Вычислить производные функции

1. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x}} - \cos \frac{\pi}{9}$

2. $f(x) = \sin(3 - x^2)$

3. $f(x) = (7 - x) \cdot 5^{2x}$

4. $f(x) = \frac{1 - 2x}{3x + 2}$

5. $f(x) = \log_7 \frac{x}{5}$

6. Найти точки экстремума функции

$$f(x) = x \cdot e^{-x}$$

7. Исследовать функцию на выпуклость

$$f(x) = x^3 - 3x + 3$$

8. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x) = 6x^2 - x^3$ на отрезке $x \in [-1; 1]$

9. Написать уравнение касательной к графику функции

$$f(x) = \ln(2x + 5) \text{ в точке с абсциссой } x_0 = -2$$

10. Найти момент времени, когда тело остановится, если закон его прямолинейного движения описывается формулой

$$s(t) = 3 - 2t + t^2, s \text{ (м)}, t \text{ (сек)}$$

5 Время на выполнение контрольной работы – 90 мин.

6 Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется, если выполнены правильно 5 заданий на вычисление производной и 5 заданий приложения;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены правильно не менее 4 заданий на вычисление производной и 4 задания приложения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнены правильно не менее 3 заданий на вычисление производной и 3 задания приложения;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если выполнены менее 6 заданий из 10 предложенных.

Инструкция для студентов

1 Назначение письменной контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД по разделу «Начала математического анализа» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание письменной контрольной работы определяется в соответствии с рабочей программой УД и содержанием тем : «Производная функции одной переменной» и темы «Применение производной к исследованию функций».

3 Принципы отбора содержания письменной контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения раздела представленным в рабочей программе УД :

Оцениваемые умения: находить производные элементарных функций; находить уравнения касательных к графику функции, использовать производную для изучения свойств функций: находить промежутки возрастания и убывания функции, экстремумы функции,

исследовать функцию на выпуклость; находить наибольшее и наименьшее значения функции

Оцениваемые знания: формул дифференцирования, методики исследования функции для изучения свойств функций и построения графиков, применения производной для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения и технических нахождение скорости и ускорения

4 Структура письменной контрольной работы.

4,6 Письменная контрольная работа по теме «Производная и ее приложения» включает 8 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 10 задач дифференцированных по уровню сложности.

4,7 Задания письменной контрольной работы предлагаются в традиционной форме

4,8 Варианты письменной контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий: под одним и тем же порядковым номером во всех вариантах письменной проверочной работы находится задание, проверяющее один и тот же элемент содержания темы.

4,9 К каждой задаче приводится подробное решение .

Типовые задачи для подготовки к обязательной контрольной работе

<i>I.Найти производную функции</i>	<i>II.Найти производную функции в точке x</i>
1. $f(x) = (2 - 3x)^5$	1. $f(x) = \ln \frac{1}{2x}, x=4$
2. $f(x) = \frac{1}{3x} \cdot \sin 3x$	2. $f(x) = \frac{1}{5} \sin^5 \frac{x}{3}, x = \frac{\pi}{2}$
3. $f(x) = \sqrt{7x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$	3. $f(x) = \frac{1}{3 - \sqrt{4x}}, x=4$
4. $f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \cos \frac{x}{2}$	4. $f(x) = \frac{1-2x}{2^{1-2x}}, x=1$
5. $f(x) = \frac{\ln(5x+2)}{8}$	5. $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^5}, x=1$
6. $f(x) = e^{3x-1} \cdot (x^2 - 1)$	6. $f(x) = \frac{1}{\ln 5x}, x = \frac{e}{5}$
7. $f(x) = \arcsin 3x + \sin \frac{\pi}{8}$	7. $f(x) = x^2 \cdot \ln(x+1), x=1$
8. $f(x) = \frac{5}{\sqrt{7x-1}}$	8. $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}, x=3$
9. $f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}^5 x}$	9. $f(x) = 5 \cdot \sqrt[5]{x} - 6 \cdot \sqrt[3]{x} + 2 \cdot \sqrt[4]{x} - 1, x=1$

10. $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{2x - 1}$	10. $f(x) = \sqrt{\operatorname{ctg} x}, x = \frac{\pi}{4}$
--------------------------------------	---

III. Исследовать функцию на монотонность и найти экстремумы функции

1. $f(x) = -\frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 15x + 35,5$	6. $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{2x - 1}$
2. $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 - x + 1$	7. $f(x) = \frac{x^2}{2} - 4 \ln x$
3. $f(x) = 2x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 5x^2 - 5x + 13$	8. $f(x) = \frac{2}{x} + x^2$
4. $f(x) = 4x - e^{4x}$	9. $f(x) = 5x \cdot e^{1-x^2}$
5. $f(x) = \frac{5}{7x + 2}$	10. $f(x) = \frac{3 \ln(x-3)}{x-3}$

IV. Исследовать функцию на выпуклость и найти точки перегиба функции

1. $f(x) = x^3 - x$	2. $f(x) = 2x \cdot e^{x-1}$
3. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$	4. $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1}$
5. $f(x) = x + \sqrt[3]{x^5} - 2$	6. $f(x) = \frac{6}{x} + \ln x$
7. $f(x) = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100$	8. $f(x) = e^{-x^2}$
9. $f(x) = e^x - e^{-x}$	10. $f(x) = \frac{3}{x-1}$

V. Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x_0

1. $f(x) = -\frac{1}{x^2}, x_0 = -2$	2. $f(x) = x^3 + 4x^2 - 1, x_0 = -1$
3. $f(x) = x - 2\sqrt{x+1}, x_0 = 0$	4. $f(x) = \frac{2x+1}{x}, x_0 = -2$
5. $f(x) = 9x - 3x^2, x_0 = 0$	6. $y = \frac{x+1}{x-1}$ в точке $M_0(2;3)$
7. $f(x) = 3x - 4 \ln x, x_0 = 2$	8. $f(x) = 5 - 6x + x^2, x_0 = 4$

VI. Найти угловой коэффициент касательной проведённой к графику функции в заданной точке:	VII. Найти тангенс угла наклона касательной, построенной к графику функции в заданной точке:
1. $f(x) = 3x - 4 \ln x, x_0 = 2$	1. $f(x) = -\frac{4}{x}, x_0 = -2$
2. $f(x) = 7x - 5 \ln x, x_0 = 1$	2. $f(x) = 6 \ln x, x_0 = -2$
3. $f(x) = x^5 - 5x^2 - 3, x_0 = -1$	3. $f(x) = \sqrt{2x}, x_0 = 4,5$

4. $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}, x_0 = 0$	4. $f(x) = \frac{2x - x^2}{3}, x_0 = -2$
5. $f(x) = e^{\sin x}, x_0 = \pi$	5. $f(x) = 2e^x, x_0 = 0$

VIII. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном промежутке

1. $f(x) = 8 - 0,5x^2, x \in [-2; 2]$	2. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}, x \in [-3; 3]$
3. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35, x \in [-4; 4]$	4. $f(x) = \frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x}{2}}, x \in [0; 32]$

IX. Решите задачи на нахождение наибольшего, наименьшего значения функции

1. Какой из прямоугольников с периметром 12 см имеет наибольшую площадь?
2. Сечение тоннеля имеет форму прямоугольника, завершаемого полукругом. Зная, что площадь сечения 64 см², определите при каких условиях периметр сечения будет наименьшим?
3. Найдите положительное число x , чтобы разность $x - x^2$ была наибольшей?
4. Найдите число, которое в сумме со своим квадратом дает этой сумме наименьшее значение?
5. Докажите, что из всех равнобедренных треугольников, вписанных в заданный круг, наибольший периметр имеет равносторонний треугольник?

X. Решите задачи на движение

1. Тело движется прямолинейно по закону : $s(t) = -4 + 3t - 0,5t^2$, где t – время в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?
2. Найти наибольшую скорость тела, если оно движется прямолинейно по закону $s(t) = 12 + 8t + 2t^2$, где t – время в секундах ?
3. Найти силу, действующую на тело массой 3 кг, если оно движется прямолинейно по закону $s(t) = t^2 \cdot e^{-t^2}$ в момент времени $t = 0$?
4. Найти ускорение движения тела на 5 секунде движения, если оно прямолинейно движется по закону $s(t) = 4t + 5t^2$, где t – время в секундах?
5. Найдите кинетическую энергию тела $\left(E = \frac{mv^2}{2} \right)$ на 4 секунде движения, если оно движется прямолинейно по закону $s(x) = x^3 + 4x^2 - 1$, где x – время в секундах, s – расстояние в метрах и имеет массу 500 грамм?

Спецификация письменной контрольной работы №5 «Объёмы и площади поверхности геометрических тел»

1 Назначение письменной контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД по разделу «Геометрия» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание письменной контрольной работы определяется в соответствии с рабочей программой УД и содержанием тем:

Основные понятия и аксиомы планиметрии

Основные понятия и теоремы стереометрии. Прямые и плоскости в пространстве

Многогранники

Тела и поверхности вращения

Объёмы и площади поверхности

3 Принципы отбора содержания письменной контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения раздела «Геометрия», представленным в рабочей программе УД :

Оцениваемые умения:

распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении описаниями, изображениями; изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;

строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

Оцениваемые знания: вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач.

4 Структура письменной контрольной работы

4.1 Письменная контрольная работа по теме «Объёмы и площади поверхности геометрических тел» включает 6 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 5 задач дифференцированных по уровню сложности.

4.2 Задания письменной контрольной работы предлагаются в традиционной форме

4.3 Варианты письменной контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий: под одним и тем же порядковым номером во всех вариантах письменной проверочной работы находится задание, проверяющее один и тот же элемент содержания темы.

4.4 К каждой задаче приводится описание решения и делаются поясняющие чертежи.

4.5 Демонстрационный вариант контрольной работы:

<p>1.В прямом параллелепипеде стороны основания 18 и 34 см, меньшая диагональ основания равна 20 см, меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 60°. Вычислить объём параллелепипеда.</p>

<p>2.Высота многогранника, отсеченного от 3-х угольной пирамиды $SABC$ плоскостью, проходящей через середину бокового ребра</p>
--

параллельно основанию, равна $6\sqrt{3}$ см. Найти объём оставшегося многогранника, если основание пирамиды – правильный треугольник со стороной 8 см.

3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 2 см. и наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найти площадь боковой поверхности цилиндра.

4. В правильной 4-х угольной пирамиде высота равна 3 см., а боковое ребро – 5 см. Найти объём пирамиды.

5. Диаметр шар равен диагонали куба. Какое геометрическое тело имеет больший объём (докажите).

5 Время на выполнение -2 академических часа.

6 Критерий оценки:

- оценка «отлично» выставляется, если набрано 5 баллов
- оценка «хорошо» выставляется, если набрать 4 балла
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если набрать 3 или 2 балла или при арифметических вычислениях допущены ошибки, не нарушающие, впрочем, логику решения задач
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если при выполнении заданий отсутствуют навыки грамотного использования математического аппарата.

Инструкция для студентов

1 Назначение письменной контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД по разделу «Геометрия» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание письменной контрольной работы определяется в соответствии с рабочей программой УД и содержанием тем:

- Основные понятия и аксиомы планиметрии
- Основные понятия и теоремы стереометрии. Прямые и плоскости в пространстве
- Многогранники
- Тела и поверхности вращения
- Объемы и площади поверхности

3 Принципы отбора содержания письменной контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения раздела «Геометрия», представленным в рабочей программе УД :

Оцениваемые умения:

распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении описаниями, изображениями; изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;

строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

Оцениваемые знания: вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных

тел при решении практических задач.

- 4 .Структура контрольной работы. Письменная контрольная работа по теме «Объёмы и площади поверхности геометрических тел» включает 6 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 5 задач дифференцированных по уровню сложности.
- 5 Задания письменной контрольной работы предлагаются в традиционной форме
- 6 Варианты письменной контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий: под одним и тем же порядковым номером во всех вариантах письменной проверочной работы находится задание, проверяющее один и тот же элемент содержания темы.
- 7 4.4 К каждой задаче приводится описание решения и делаются поясняющие чертежи.

8 Вопросы для подготовки к контрольной работе

1. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
2. Параллельность прямой и плоскости.
3. Параллельность плоскостей.
4. Перпендикулярность прямой и плоскости.
5. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.
6. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.

7. Вершины, ребра, грани многогранника.
8. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.
9. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.
10. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.
11. Сечения куба, призмы и пирамиды.

12. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
13. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.
14. Шар и сфера, их сечения.

15. Объем и его измерение. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра.
16. Формулы объема пирамиды и конуса.
17. Формулы площади поверхностей призмы, пирамиды, цилиндра и конуса.
18. Формулы объема шара и площади сферы.

9 Типовые задачи по стереометрии

Многогранники. Пирамида

1. Вычислить площадь диагонального сечения, объем и площадь поверхности правильной 3-х угольной пирамиды (правильной 4-х угольной пирамиды) со стороной основания 4 см и боковым ребром 8 см.
2. Высота правильной треугольной пирамиды разделена на 3 равные части. Через точки деления проведены плоскости, параллельные основанию. Найти площади сечений, если площадь основания равна 24 см^2 .
3. Найти расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания, если пирамида – правильный тетраэдр, все ребра которого равны a см.
4. Найти объем и площадь поверхности правильной 3-х угольной пирамиды (4-х угольной), если высота пирамиды равна H см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом α .
5. Найти объем и площадь полной поверхности правильной 3-х угольной пирамиды (4-х угольной), если высота пирамиды равна H см, а апофема h_a см.

6. Найти объем и площадь поверхности правильной 3^x угольной пирамиды (4^x угольной), если высота пирамиды равна H см, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом α
7. Найти объем пирамиды, в основании которой лежит параллелограмм со сторонами 2 см и 5 см, острый угол между ними – 60^0 , а высота пирамиды равна большей диагонали параллелограмма.
8. Высота правильной усеченной пирамиды равна 7 см. Стороны основания 10 и 2 см. Найти боковое ребро пирамиды.
9. Высота пирамиды равна 10 см, площадь основания – 12 см^2 . На середине бокового ребра пирамиды взята точка M , через которую проведена плоскость, параллельная основанию. Найти объем тела, оставшегося после отсечения верхней части

Многогранники. Призма

10. Из вершины прямого угла B треугольника ABC восстановлен перпендикуляр BM к плоскости треугольника. Найти расстояние от точки M до гипотенузы треугольника.
11. Объем куба равен P . Найти его а) площадь его поверхности, б) диагональ, в) площадь диагонального сечения.
12. Найти площадь сечения прямоугольного параллелепипеда плоскостью, проходящей через противоположные стороны нижнего и верхнего основания, если измерения параллелепипеда равны 5 см, 7 см, 10 см.
13. Вычислить площадь диагонального сечения, объем и площадь поверхности правильной 4-х угольной призмы со стороной основания 8 см и боковым ребром 12 см.
14. Дана прямая треугольная призма, боковое ребро которой 12 см, стороны основания 9, 10, 17 см. Найти объем и площадь поверхности призмы.
15. Дана прямая призма, боковое ребро которой b см. Основание призмы – ромб со стороной a см и острым углом α . Найти площадь поверхности призмы и её объем.
16. Дана прямая четырехугольная призма, в основании которой – параллелограмм со сторонами a см и b см. Диагональ призмы длиной l см наклонена к плоскости основания под углом α . Найти объем и площадь поверхности призмы.
17. Дана правильная 4-х угольная призма, диагональ которой равна l см. и наклонена к боковому ребру под углом α . Площадь боковой поверхности равна Q . Найти объем призмы.
18. Диагональ боковой грани правильного прямоугольного параллелепипеда равна d , а диагональ самого параллелепипеда – l см. Найти объем параллелепипеда.
19. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 25 и 29 см, одна из диагоналей основания – 36 см. Площадь полной поверхности параллелепипеда равна 1656 см^2 . Вычислить его объем.
20. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 6 и 8 см, высота параллелепипеда – 10 см. Найти площадь его полной поверхности.
21. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 2 см и 3 см, угол между ними – 60^0 . Вычислить объем параллелепипеда, если площадь его боковой поверхности равна 150 см^2 .

Тела вращения: конус, цилиндр, шар

22. Вычислить площадь осевого сечения, объем и площадь поверхности прямого кругового конуса, если его высота H см, а образующая наклонена к основанию под углом α .
23. Площадь боковой поверхности конуса равна Q , его объем P . Найти высоту конуса, если его образующая наклонена к плоскости основания под углом α .
24. Площадь полной поверхности конуса – $36\pi \text{ см}^2$, его образующая в два раза больше радиуса основания. Найти объем конуса.
25. Вычислить площадь осевого сечения прямого кругового конуса, если его высота – 6 см, а образующая наклонена к высоте под углом – 45^0 .

26. Осевое сечение прямого кругового цилиндра – квадрат, площадь которого Q . Найти радиус основания.
27. Вычислить площадь осевого сечения, объем и площадь поверхности прямого кругового цилиндра, если его образующая равна 20 см, что в 5 раз больше диаметра основания.
28. Площадь боковой поверхности цилиндра равна Q , его объем равен P . Найти высоту цилиндра.
29. Найти площадь поверхности тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами a и b см (прямоугольного треугольника с катетами a и b см) вокруг одной из сторон.
30. Полная поверхность шара – Q см² . Найти его объем.
Объем шара равен 36π см² . Найти площадь его поверхности

10 Рекомендации по подготовке к контрольной работе .

При подготовке к контрольной работе рекомендуется использовать конспекты лекций, а также учебники и интернет – ресурсы.

III ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО УД

Спецификация экзамена по дисциплине «Математика» раздел «Алгебра»

1. Назначение экзамена – оценить уровень подготовки студентов по УД «математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» с целью установления их готовности к дальнейшему усвоению ОПОП специальности 15.02.07 «Автоматизация технологических процессов и производств»

2 Содержание экзамена определяется в соответствии с ФГОС СПО специальности 15.02.07 «Автоматизация технологических процессов и производств», рабочей программой дисциплины «Математика».

3 Принципы отбора содержания экзамена:

Ориентация на требования к результатам освоения УД «Математика», представленным в соответствии с ФГОС СПО специальности 15.02.07 «Автоматизация технологических процессов и производств» и рабочей программой УД ;

умения:

применять математические методы для решения профессиональных задач;
использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;

знания:

основных понятий и методов математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики.

3 Структура экзамена

3.1 Экзамен проводится в письменной форме . Экзаменационный билет состоит из трех частей: открытого и закрытого теста и графической работы.. Первая часть содержит 5 заданий. Решения первой части не проверяют. Необходимо выбрать правильный ответ из предложенных вариантов. Вторая часть сопровождается полным описанием решения. Вторая часть содержит Третья часть – построение и исследование графика

3.2 Экзаменационные задания дифференцируются по уровню сложности. Обязательная часть включает вопросы, составляющие необходимый и достаточный минимум усвоения знаний и умений в соответствии с требованиями ФГОС СПО, рабочей программы УД.

3.3 Билеты экзамена равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий.

4 Время проведения экзамена: 2 академических часа (90 минут).

5. Критерии оценки

Решения части **А** не проверяются, каждый правильный ответ части **А** оценивается 1 баллом. Решения части **В**, **С** сопровождаются развернутым ответом и проверяются, каждый правильный ответ задания части **В** и **С** оценивается 2 баллами.

- оценка «отлично» выставляется, если суммарное количество баллов – 13 - 14;
- оценка «хорошо» выставляется, если суммарное количество баллов – 8, -12;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если суммарное количество баллов – 5-7;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если суммарное количество баллов – 5-7

Инструкция для студентов

1. Структура экзамена

1.1 Экзамен проводится в письменной форме . Экзаменационный билет состоит из двух частей: открытого и закрытого теста. Решения первой части не проверяют. Необходимо выбрать правильный ответ из предложенных вариантов. Вторая часть сопровождается полным описанием решения. Третья часть – построение и исследование графика

1.2 Экзаменационные задания дифференцируются по уровню сложности. Обязательная

часть включает вопросы, составляющие необходимый и достаточный минимум усвоения знаний и умений в соответствии с требованиями ФГОС СПО, рабочей программы УД.

1.3 Билеты экзамена равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий.

2. Вопросы для подготовки к экзамену по учебной дисциплине «Математика», **раздел «Алгебра».**

Тема 1.2. Корни, степени, степенная и показательная функция, их свойства и графики

1. Степень с натуральным показателем.
2. Степень с целым показателем.
3. Корень степени $n > 1$ и его свойства.
4. Степень с рациональным показателем и ее свойства.
5. Степень с действительным показателем и ее свойства.
6. Преобразование и вычисление значений показательных выражений.
7. Показательная функция, ее график и свойства.
8. Показательные уравнения.
9. Показательные неравенства.

Тема 1.3. Логарифмы, логарифмическая функция, её свойства и графики

10. Определение логарифма числа.
11. Основное логарифмическое тождество.
12. Свойства логарифмов.
13. Логарифмическая функция, ее график и свойства.
14. Логарифмические уравнения.
15. Логарифмические неравенства.

Тема 1.4. Основы тригонометрии

16. Радианное измерение углов. Соотношение между градусной и радианной мерами угла.
17. Определения тригонометрических функций: синуса, косинуса, тангенса, котангенса числа.
18. Свойства тригонометрических функций числового аргумента: знаки их значений по четвертям, четность и нечетность, периодичность.
19. Основные тригонометрические тождества.
20. Тригонометрические функции, их графики, свойства.

3. Критерии оценки

На выполнение экзаменационной работы отводится **2 академических часа** (90 минут).

Решения части **А** не проверяются, каждый правильный ответ части **А** оценивается 1 баллом.

Решения части **В, С** сопровождаются развернутым ответом и проверяются, каждый правильный ответ задания части **В и С** оценивается 2 баллами.

- оценка «отлично» выставляется, если суммарное количество баллов – 13 - 14;
- оценка «хорошо» выставляется, если суммарное количество баллов – 8, -12;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если суммарное количество баллов – 5-7;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если суммарное количество баллов – 5-7

4. ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

1. Выражения и преобразования 1.1. Корни (с натуральным показателем) и степени (с рациональным показателем) Вычислите: 1) $\sqrt[5]{32} \cdot 2^{-1}$; 2) $8^{-4} \cdot 16^5$; 3) $\sqrt[3]{32} : 2^{\frac{2}{3}} - \sqrt{121}$; 4) $\sqrt[3]{81} - \sqrt{49} \cdot \sqrt[3]{24}$;	1.2. Логарифмы Вычислите: 1) $3 \log_2 \sqrt{128}$; 2) $\log_{\sqrt[3]{49}} \frac{1}{343}$ 3) $0,2^{3 \log_{0,2} 5}$; 4) $\sqrt{6^{\frac{2}{\log_9 6}}}$
---	---

<p>5) $\sqrt[3]{16ab^{12}} : \sqrt[3]{2a^4b^9}$;</p> <p>6) $\frac{5^{\frac{3}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{12}}}{9^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{8^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}}$;</p> <p>7) $\frac{2a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - 3a^{-\frac{1}{3}}}$, при $a = 171$;</p> <p>8) упростите : $a^{-\frac{3}{4}} : a^{\frac{1}{3}}$.</p>	<p>5) $\log_8 14 + \log_8 \frac{32}{7}$;</p> <p>6) $\log_5 75 + \log_5 (25)^{-1}$;</p> <p>7) $\log_{216} 27 + \log_{36} 16 + \log_6 3$;</p> <p>8) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 8 + \log_{\frac{1}{3}} 81$;</p> <p>9) $\left(2 \log_{49} \frac{12}{7} - \log_7 12 + 9 \right) \cdot 4^{3 \log_4 2,5}$;</p> <p>10) $2^{\log_2 3} + \log_7 2 - \log_7 14$;</p> <p>11) $\log_2 10 - 2 \log_2 5 + \log_2 40$;</p> <p>12) $\log_{0,2} 125 : \log_{16} 64 \cdot \log_3 81$.</p>
<p>1.3. Тригонометрические выражения. Упростите:</p> <p>1) $7 \cos^2 \alpha - 5 + 7 \sin^2 \alpha$;</p> <p>2) $-10 \sin^2 x + 9 - 10 \cos^2 x$;</p> <p>3) $(1 - \cos x)(1 + \cos x) + \cos^2 x$;</p> <p>4)</p> <p>$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \lambda\right) \cdot \cos(2\pi + \lambda) - \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \lambda\right) \cdot \sin(3\pi - \lambda)$;</p> <p>5) $\sin(\pi - \lambda) \cdot \cos\left(\lambda - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(\pi - \lambda)$;</p> <p>6) $\frac{\cos \lambda - \sin \lambda}{\sin \lambda} \cdot \frac{\sin \lambda + \cos \lambda}{2 \cos \lambda}$;</p> <p>7) $\cos^2(\pi - \lambda) + \cos^2\left(\frac{3}{2}\pi - \lambda\right)$;</p> <p>8) $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} - \sin \alpha \cdot \cos \alpha$;</p> <p>9) $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \lambda\right) + \cos(\lambda - 12\pi) \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \beta\right)}{\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \lambda\right) - \sin(3\pi - \lambda) \cdot \sin(-\beta - 4\pi)}$;</p>	<p>10) $\frac{\sin^3\left(\lambda - \frac{3}{2}\pi\right) \cdot \cos(2\pi - \lambda)}{\operatorname{tg}^3\left(\lambda - \frac{\pi}{2}\right) \cos^3\left(\lambda - \frac{3}{2}\pi\right)}$.</p> <p>Вычислите:</p> <p>11) все тригонометрические функции, если $\cos \lambda = -\frac{3}{2\sqrt{7}}$, $\lambda \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$;</p> <p>12) $\cos \pi - \sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right) + \operatorname{tg}^2 \frac{4\pi}{3}$;</p> <p>13) $\sin(-330^\circ)$;</p> <p>14) $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} + 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}$;</p> <p>15) $\sin(-330^\circ) + \operatorname{tg}\left(-\frac{17}{4}\pi\right)$;</p> <p>16) $\operatorname{tg} \frac{7}{4}\pi - 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \cos 3\pi$;</p>

<p>2. Уравнения Найти промежуток, которому принадлежит корень уравнения:</p> <p>9) $3^{x-\frac{1}{2}} \cdot 3^{x+1} = 1$ 1) $[-4;-2]$; 2) $(-2;-1)$; 3) $[-1;0]$; 4) $(1;2)$</p> <p>10) $\left(\frac{1}{27}\right)^{0,5x-1} = 9$ 1) $[-2;-1]$; 2) $[-1;1]$; 3) $[1;3]$; 4) $[3;5]$</p> <p>11) $\left(\frac{1}{9}\right)^{2,5x-2} = 27$ 1) $(-2;0]$; 2) $(0;2]$; 3) $(-3;-1]$; 4) $(16;20]$</p> <p>12) Найти сумму корней уравнения: $49 \cdot 7^{2x} - 50 \cdot 7^x + 1 = 0$</p> <p>13) Найти сумму квадратов корней уравнения: $3^{x^2-5} = 9^{-2x}$</p>	<p>2.1 Показательные уравнения</p> <p>1) $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-2} - 2 \cdot 3^{2x-1} = 1$</p> <p>2) $3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 24$</p> <p>3) $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 39$</p> <p>4) $\left(\frac{1}{27}\right)^{x^2} = 3^{-3x}$</p> <p>5) $2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$</p> <p>6) $2^{2-x} = 4^x$</p> <p>7) $625^x = 0,5 \cdot 125^{2x-3}$</p> <p>8) $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$</p>
<p>Найти промежуток, которому принадлежит корень уравнения:</p> <p>1) $\log_{\frac{1}{3}}(2x-3)^5 = 15$ 1) $[-3;2]$; 2) $[2;5]$; 3) $[5;8]$; 4) $[8;11]$.</p> <p>2) $\log_4(4-x) + \log_4 x = 1$ 1) $(-3;-1)$; 2) $(0;2)$; 3) $[2;3]$; 4) $[4;8]$.</p>	<p>2.2 Логарифмические уравнения</p> <p>3) $\lg(4x-2) = 5 \lg 2 - 3$.</p> <p>4) $\log_{16} x + \log_8 x + \log_4 x = \frac{13}{2}$.</p> <p>5) $\log_3(x-3) = 2$.</p>
<p>3. Неравенства</p> <p>3.1. Показательные неравенства</p> <p>1. $2^{x-3} \geq 16$</p> <p>2. $16^x \geq 0,5 \cdot 8^{2x-3}$</p> <p>3. $2^{x^2-1} \cdot 5^{x^2-1} \leq 0,001 \cdot (10^{x-2})^3$</p> <p>4. $7^{x^2-5x+6} < 1$</p> <p>5. $64^x < 16^{x^2-1}$</p>	<p>3.2. Логарифмические неравенства</p> <p>1. $\log_2(2x) > 2$</p> <p>2. $\lg(x+5) \leq 2 - \lg 2$</p> <p>3. $\log_{0,8}(0,25 - 0,1x) > -1$</p> <p>4. $\log_{0,5}(2x+1) > -2$</p> <p>5. $\log_2(7x-4) < 2 + \log_2 13$</p>
<p>Функции и их свойства.</p> <p>4.1. Тригонометрические функции.</p> <p>1) Постройте график $y = 1 - \cos 2x$ и укажите множество значений функции.</p> <p>2) Постройте график $y = 1 - 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ и укажите область значений функции.</p> <p>3) Постройте график $y = -\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, укажите нули на интервале $[-\pi; \pi]$.</p> <p>4) Постройте график функции $y = 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, укажите три соседних нуля функции.</p>	<p>4.2. Показательная и логарифмическая функция.</p> <p>1) Построить и исследовать график функции $y = 2^{x-1} + 1$.</p> <p>2) Построить и исследовать график функции $y = 1 - \log_2(x+3)$.</p> <p>3) Построить график $y = 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$, найти множество значений функции.</p> <p>4) Построить и исследовать график функции $y = 2 - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)$.</p>

УТВЕРЖДАЮ

Председатель цикловой комиссии

_____ / _____ /

« _____ » _____ 20__ г.

Демонстрационный экзаменационный билет
по дисциплине: «Математика» I курс 1 семестр

Часть А

При выполнении заданий этой части укажите цифру, которая обозначает выбранный Вами ответ (задания №1-№5).

1. Вычислите: $\left(\frac{5}{3}\right) \cdot \left(\frac{9}{25}\right) : \frac{3^{-1}}{\left(\frac{1}{125}\right)^{-2}}$

1) $-\frac{3}{625}$ 2) $\frac{9}{5}$ 3) $-\frac{9}{25}$ 4) 45

2. Вычислите: $\log_6 2 + \log_{36} 9$

1) $\log_6 20$ 2) $\log_6 162$ 3) 1 4) $\log_6 5$

3. Вычислите: $\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $-\frac{1}{2}$

4. Решите уравнение и укажите промежуток, которому принадлежит больший корень уравнения $\lg(x^2 + 1) - \lg(x - 2) = 1$

1) (1;2); 2) [2;5); 3) $(-\infty;2)$; 4) (5; ∞)

5. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+2} \geq 25 \cdot 5^x$

1) $(-\infty; -1)$ 2) $(-\infty; -2]$ 3) $[-2; +\infty)$ 4) $[0; +\infty)$

Часть В

При выполнении заданий части В и С для каждого задания надо указать его номер и записать полностью его решение (№1-№3).

1. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{6}}(10 - x) + \log_{\frac{1}{6}}(x - 3) \geq -1$

2. Решите уравнение: $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$

3. Вычислите значение всех тригонометрических функций, если

$\sin \alpha = \frac{40}{41}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Часть С

1. Построить и исследовать график функции: $y = -3 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

Спецификация экзамена по дисциплине «Математика»

1. Назначение экзамена – оценить уровень подготовки студентов по УД «Математика» с целью установления их готовности к дальнейшему усвоению ОПОП специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

2 Содержание экзамена определяется в соответствии с ФГОС СПО специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)», рабочей программой дисциплины «Математика»

3 Принципы отбора содержания экзамена:

Ориентация на требования к результатам освоения УД «Математика» представленным в соответствии с ФГОС СПО специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)» и рабочей программой УД:

умения:

применять математические методы для решения профессиональных задач;
использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;

знания:

основных понятий и методов математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики.

3 Структура экзамена

3.1 Экзаменационный билет состоит из двух частей.

Каждое задание первой части **№1, №2, №3, №4, №5, №6** оценивается **1 баллом**.

Для выполнения этих заданий необходимы знания по одному конкретному вопросу из перечня вопросов, выносимых на экзамен за 2 семестр 1 курса. Ход решения заданий первой части не проверяется, но преподаватель может просмотреть черновик экзаменационной работы, что особенно важно в случае неудовлетворительного решения задания, чтобы иметь представление о допущенных ошибках.

Вторая часть работы должна содержать подробное описание решения.

Задания **№6, №7 и №8** оцениваются **2 баллами**. Для выполнения этих заданий необходимы знания по нескольким вопросам из перечня вопросов, выносимых на экзамен за 2 семестр 1 курса, а также знания материала из других дисциплин. Один балл выставляется в случае правильного применения теоретических знаний к решению поставленной задачи, но наличии в последующем решении арифметических или иных ошибок, приводящих к неверному результату. Два балла выставляется в случае правильного применения теоретических знаний к решению поставленной задачи, нахождение верного результата и грамотного описания хода решения.

В задании **№8** для решения стереометрических задач необходимо выполнить схематический чертеж. Грамотно выполненный чертеж, а также необходимые для уточнения решения вынесенные чертежи считаются правильно примененными теоретическими знаниями и оцениваются 1 баллом. Получение верного численного результата и грамотное описание хода решения - также 1 баллом.

3.2 Экзаменационные задания дифференцируются по уровню сложности. Обязательная часть включает вопросы, составляющие необходимый и достаточный минимум усвоения знаний и умений в соответствии с требованиями ФГОС СПО, рабочей программы УД.

3.3 Билеты экзамена равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий.

4 Время проведения экзамена: 2 академических часа (90 минут).

5. Критерии оценки

оценка «отлично» выставляется за 11 баллов;

оценка «хорошо» выставляется за 8-10 баллов;

оценка «удовлетворительно» выставляется за 5-7 баллов.

Инструкция для студентов

1 Структура экзамена

1.1 Экзаменационный билет состоит из двух частей.

Каждое задание первой части №1, №2, №3, №4, №5, №6 оценивается 1 баллом.

Для выполнения этих заданий необходимы знания по одному конкретному вопросу из перечня вопросов, выносимых на экзамен за 2 семестр 1 курса. Ход решения заданий первой части не проверяется, но преподаватель может просмотреть черновик экзаменационной работы, что особенно важно в случае неудовлетворительного решения задания, чтобы иметь представление о допущенных ошибках.

Вторая часть работы должна содержать подробное описание решения.

Задания №6, №7 и №8 оцениваются 2 баллами. Для выполнения этих заданий необходимы знания по нескольким вопросам из перечня вопросов, выносимых на экзамен за 2 семестр 1 курса, а также знания материала из других дисциплин. Один балл выставляется в случае правильного применения теоретических знаний к решению поставленной задачи, но наличии в последующем решении арифметических или иных ошибок, приводящих к неверному результату. Два балла выставляется в случае правильного применения теоретических знаний к решению поставленной задачи, нахождение верного результата и грамотного описания хода решения.

В задании №8 для решения стереометрических задач необходимо выполнить схематический чертеж. Грамотно выполненный чертеж, а также необходимые для уточнения решения вынесенные чертежи считаются правильно примененными теоретическими знаниями и оцениваются 1 баллом. Получение верного численного результата и грамотное описание хода решения - также 1 баллом.

1.2 Экзаменационные задания дифференцируются по уровню сложности. Обязательная часть включает вопросы, составляющие необходимый и достаточный минимум усвоения знаний и умений в соответствии с требованиями ФГОС СПО, рабочей программы УД.

1.3 Билеты экзамена равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий.

2 Время проведения экзамена: 2 академических часа (90 минут).

3. Критерии оценки

оценка «отлично» выставляется за 11 баллов;

оценка «хорошо» выставляется за 8-10 баллов;

оценка «удовлетворительно» выставляется за 5-7 баллов.

В случае получения неудовлетворительной оценки за экзамен проводится повторная сдача экзамена. На первой переэкзаменовке студент получает билет аналогичный билету основного экзамена. Критерии оценки сохраняются.

4. Вопросы для подготовки к экзамену

Производная и её приложения

1. Определение производной функции. Математический, геометрический и физический смысл производной.
2. Правила дифференцирования.
3. Таблица производных элементарных функций.
4. Дифференцирование сложной функции.
5. Исследование функции на монотонность (нахождение промежутков возрастания, убывания функции). Нахождение точек экстремума и экстремумов функции.
6. Исследование функции на выпуклость. Нахождение точек перегиба функции.
7. Уравнение касательной к графику функции.
8. Определение углового коэффициента касательной к функции в заданной точке.
9. Нахождение наибольшего, наименьшего значения функции на отрезке.
10. Физическое приложение производной (решение задач на нахождение скорости изменения процессов, описываемых функцией от одной переменной)

Стереометрия

1. Основные аксиомы, понятия и формулы планиметрии: свойства треугольников, параллелограммов, трапеций. Площади этих основных геометрических фигур.
2. Основные аксиомы и понятия стереометрии.
3. Многогранники. Сечение многогранников, диагональные сечения.
4. Параллельность в пространстве: определения и признаки параллельности прямых, прямой и плоскости, плоскостей. Теорема о сечении пирамиды плоскостью, параллельной основанию.
5. Перпендикулярность в пространстве: определения и признаки перпендикулярности прямых, прямой и плоскости, плоскостей.
6. Перпендикуляр и наклонная; их свойства. Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трех перпендикулярах.
7. Двугранные углы. Мера двугранного угла.
8. Объемы и площади поверхностей многогранников: пирамиды, усеченной пирамиды, призмы.
9. Тела вращения: прямой круговой конус, прямой круговой цилиндр, шар. Сечения тел вращения (осевое сечение). Объёмы и площади поверхностей тел вращения.

5. Типовые задачи для подготовки к экзамену

Найти производную функции:

1. $f(x) = \frac{7}{4 \cdot \sqrt{5x}} - 12$

2. $f(x) = \sqrt[3]{x^4} + \frac{1}{4 \cdot x^3}$

3. $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+1}$

4. $f(x) = (3x+2) \cdot e^{2x}$

5. $f(x) = (x^2 - 5x + 8)^4$

6. $f(x) = \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4x}$

7. $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

8. $f(x) = \sin^2 x$

9. $f(x) = x^3 \cdot 3^x + \operatorname{tg}(1-3x)$

10. $f(x) = \frac{1}{8} \sqrt{4x+1}$

11. $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^3}$

12. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$

13.

$f(x) = \frac{4}{x^2} + \frac{1}{6}x^6 - \frac{2}{4}x^8 + 5x - 7$

14. $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1}$

15. $f(x) = (3x+1)(2x+3) + \ln x$

Вычислить значение производной в заданной точке:

1. $f(x) = x^2 \cdot \ln x, x_0 = 1$

2. $f(x) = (x^2 - 2)\sqrt{x^2 + 1}, x_0 = \sqrt{3}$

3. $f(x) = 5 \ln x + e^x, x_0 = 1$

4. $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}, x_0 = 0$

5. $f(x) = \frac{2}{x} - \sqrt{\frac{x}{2}}, x_0 = 2$

6. $f(x) = 2 \cdot e^{\frac{x}{2}} \cdot \sqrt{x}, x_0 = 4$

7. $f(x) = \cos^2 x, x_0 = \frac{\pi}{4}$

8. $f(x) = x^2 + e^{2x}, x_0 = 0$

9. $f(x) = (3x - 5) \cdot \ln(2x - 3), x_0 = 2$

10. $f(x) = e^{\operatorname{tg} x}, x_0 = \frac{\pi}{4}$

Составить уравнение касательной, проведённой к графику функции:

1. $f(x) = 9x - 3x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$

2. $f(x) = x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$

3. $y = 2x^2 - 6x + 3$ в точке $M_0(1; -1)$

4. $y = x^3 + 4x^2 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$

5. $y = \frac{x+1}{x-1}$ в точке $M_0(2;3)$

Найти тангенс угла наклона касательной, построенной к графику функции в заданной точке:

1. $f(x) = -\frac{4}{x}, x_0 = -2$

2. $f(x) = -0,5 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3x}}, x_0 = 9$

3. $f(x) = \frac{3}{x}, x_0 = 3$

4. $f(x) = 6 \ln x, x_0 = -2$

5. $f(x) = \sqrt{2x}, x_0 = 4,5$

6. $f(x) = \frac{2x-x^2}{3}, x_0 = -2$

7. $f(x) = 2e^x, x_0 = 0$

8. $f(x) = \frac{4x-x^2}{4}, x_0 = 2$

Приложение производной к исследованию функции

Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы функции

1. $y = -\frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 15x + 35,5$

2. $f(x) = \frac{1}{5x} + 5x$

3. $f(x) = \ln 4x - 4x$

4. $f(x) = \ln x - \frac{1}{3}x^3$

5. $f(x) = \frac{1}{3x} - 3x$

6. $f(x) = \frac{5}{7x+2}$

7. $f(x) = -2x^4 + 15x^2 - 36x + 20$

8. $f(x) = \frac{3x^2+1}{2x-1}$

9. $f(x) = x \cdot e^{-2x} - 2$

10. $f(x) = 4x - e^{4x}$

11. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 8$

12. $f(x) = \frac{2}{x} + x^2$

Исследовать функцию на выпуклость и найти точки перегиба

1. $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$

2. $f(x) = \frac{1}{5x} + 5x$

3. $f(x) = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100$

4. $f(x) = \ln x + \frac{6}{x}$

5. $f(x) = x + \sqrt[3]{x^5} - 2$

6. $f(x) = \frac{5-x}{7x+2}$

7. $f(x) = 2x \cdot e^{x-1}$

8. $f(x) = e^{2x} - e^{-2x}$

9. $f(x) = e^{-x^2}$

10. $f(x) = 4x - e^{4x}$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном промежутке:

1. $f(x) = x^2 - 6x + 13, x \in [0;6]$

2. $f(x) = 8 - 0,5x^2, x \in [-2; 2]$
3. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3, x \in [1; 3]$
4. $f(x) = 6x^2 - x^3, x \in [-1; 6]$
5. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35, x \in [-4; 4]$
6. $f(x) = \frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x}{2}}, x \in [0; 8]$
7. $f(x) = \frac{1}{3} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$

Физическое приложение производной.

1. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением:
 $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 2$. Вычислить её скорость при $t = 5$ сек.
2. Тело движется прямолинейно по закону: $S(t) = -4 + 3t - 0,5t^2$, где t - время в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится.
3. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением: $V(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3$.
 Вычислить её ускорение при $t = 2$ сек.
4. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении тел задана уравнениями:
 $S_1 = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 4,5$; $S_2 = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 115$. В какой момент времени скорости их движения будут равны?
5. Тело массой 3 килограмма движется прямолинейно по закону: $S(t) = t^2 + t + 2$. Найти кинетическую энергию тела через 5 сек после начала движения. $\left(E = \frac{mv^2}{2}\right)$ (S - в метрах, t - в секундах).
6. Точка движется прямолинейно по закону $S = 2t^3 + t^2 - 4$. Найти значения скорости и ускорения в момент времени $t = 4$.
7. Точка движется прямолинейно по закону $S = 6t - t^2$. В какой момент времени скорость точки окажется равной нулю?
8. Тело массой 10 килограмм движется прямолинейно по закону $S = 3t^2 + t + 4$. Найти кинетическую энергию тела $\left(E = \frac{mv^2}{2}\right)$ через 4 сек после начала движения.
9. Тело массой 100 килограмм движется прямолинейно по закону $S = 5t^2 - 2$. Найти кинетическую энергию тела через 2 сек после начала движения.

Типовые задачи по стереометрии

Многогранники. Пирамида

31. Вычислить площадь диагонального сечения, объем и площадь поверхности правильной 3-х угольной пирамиды (правильной 4-х угольной пирамиды) со стороной основания 4 см и боковым ребром 8 см.
32. Высота правильной треугольной пирамиды разделена на 3 равные части. Через точки деления проведены плоскости, параллельные основанию. Найти площади сечений, если площадь основания равна 24 см².

33. Найти расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания, если пирамида – правильный тетраэдр, все ребра которого равны a см.
34. Найти объем и площадь поверхности правильной 3-х угольной пирамиды (4-х угольной), если высота пирамиды равна H см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом α .
35. Найти объем и площадь полной поверхности правильной 3-х угольной пирамиды (4-х угольной), если высота пирамиды равна H см, а апофема h_a см.
36. Найти объем и площадь поверхности правильной 3^x угольной пирамиды (4^x угольной), если высота пирамиды равна H см, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом α
37. Найти объем пирамиды, в основании которой лежит параллелограмм со сторонами 2 см и 5 см, острый угол между ними – 60^0 , а высота пирамиды равна большей диагонали параллелограмма.
38. Высота правильной усеченной пирамиды равна 7 см. Стороны основания 10 и 2 см. Найти боковое ребро пирамиды.
39. Высота пирамиды равна 10 см, площадь основания – 12 см^2 . На середине бокового ребра пирамиды взята точка M , через которую проведена плоскость, параллельная основанию. Найти объем тела, оставшегося после отсечения верхней части

Многогранники. Призма

40. Из вершины прямого угла B треугольника ABC восстановлен перпендикуляр BM к плоскости треугольника. Найти расстояние от точки M до гипотенузы треугольника.
41. Объем куба равен P . Найти его а) площадь его поверхности, б) диагональ, в) площадь диагонального сечения.
42. Найти площадь сечения прямоугольного параллелепипеда плоскостью, проходящей через противоположные стороны нижнего и верхнего основания, если измерения параллелепипеда равны 5 см, 7 см, 10 см.
43. Вычислить площадь диагонального сечения, объем и площадь поверхности правильной 4-х угольной призмы со стороной основания 8 см и боковым ребром 12 см.
44. Дана прямая треугольная призма, боковое ребро которой 12 см, стороны основания 9, 10, 17 см. Найти объем и площадь поверхности призмы.
45. Дана прямая призма, боковое ребро которой b см.. Основание примы – ромб со стороной a см и острым углом α . Найти площадь поверхности призмы и её объем.
46. Дана прямая четырехугольная призма, в основании которой – параллелограмм со сторонами a см и b см. Диагональ призмы длиной l см наклонена к плоскости основания под углом α . Найти объем и площадь поверхности призмы.
47. Дана правильная 4-х угольная призма, диагональ которой равна l см. и наклонена к боковому ребру под углом α . Площадь боковой поверхности равна Q . Найти объем призмы.
48. Диагональ боковой грани правильного прямоугольного параллелепипеда равна d , а диагональ самого параллелепипеда – l см. Найти объем параллелепипеда.
49. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 25 и 29 см, одна из диагоналей основания – 36 см. Площадь полной поверхности параллелепипеда равна 1656 см^2 . Вычислить его объем.
50. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 6 и 8 см, высота параллелепипеда - 10 см. Найти площадь его полной поверхности.
51. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 2 см и 3 см, угол между ними – 60^0 . Вычислить объем параллелепипеда, если площадь его боковой поверхности равна 150 см^2 .

Тела вращения: конус, цилиндр, шар

52. Вычислить площадь осевого сечения, объем и площадь поверхности прямого кругового конуса, если его высота H см, а образующая наклонена к основанию под углом α .

53. Площадь боковой поверхности конуса равна Q , его объем P . Найти высоту конуса, если его образующая наклонена к плоскости основания под углом α .
54. Площадь полной поверхности конуса - $36\pi \text{ см}^2$, его образующая в два раза больше радиуса основания. Найти объем конуса.
55. Вычислить площадь осевого сечения прямого кругового конуса, если его высота – 6 см, а образующая наклонена к высоте под углом – 45° .
56. Осевое сечение прямого кругового цилиндра – квадрат, площадь которого Q . Найти радиус основания.
57. Вычислить площадь осевого сечения, объем и площадь поверхности прямого кругового цилиндра, если его образующая равна 20 см, что в 5 раз больше диаметра основания.
58. Площадь боковой поверхности цилиндра равна Q , его объем равен P . Найти высоту цилиндра.
59. Найти площадь поверхности тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами a и b см (прямоугольного треугольника с катетами a и b см) вокруг одной из сторон.
60. Полная поверхность шара – $Q \text{ см}^2$. Найти его объем.
Объем шара равен $36\pi \text{ см}^2$. Найти площадь его поверхности

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики
Техникум

УТВЕРЖДАЮ

Председатель цикловой комиссии

_____ / _____ /

« _____ » _____ 20 ____ г.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ
по предмету «Математика» I курс 2 семестр

В первой части билета (задания №1-№5) приводить решения не надо, запишите только ответ в Ваш экзаменационный лист.

1. Вычислите производную функции $f(x) = 5x \cdot \sin(3x)$, в точке $x = \frac{\pi}{2}$	
2. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении тел задана уравнениями: $S_1 = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 4,5$; $S_2 = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 115$. В какой момент времени скорости их движения будут равны?	
3. Найдите площадь фигуры, вершины которой заданы точками A(1;0;0), B(1;0;1), C(1;1;1), D(1;1;0).	
4. Найдите уравнение касательной, построенной к графику функции в заданной точке: $f(x) = -\frac{4}{x}$, $x_0 = -2$	
5. Площадь боковой поверхности прямого кругового цилиндра равна 36 см^2 , а его объём - $\frac{54}{\pi} \text{ см}^3$. Найти высоту цилиндра.	

Во второй части билета к заданиям №6-№8 необходимо привести подробное решение. В задаче №8 необходимо построить схематический чертеж.

6. Найдите интервалы убывания функции $f(x) = 5 - 2\sqrt[3]{x^2}$
7. Найдите точки перегиба функции $f(x) = \frac{3-x}{2+9x}$
8. Диагональ правильной 4-х угольной призмы наклонена к боковому ребру под углом 45° . Сторона основания призмы равна 4 см. Найти площадь полной поверхности призмы.